

Семинар-практикум
«Эффективные практики
подготовки выпускников
к государственной итоговой аттестации 2026 года
по математике

ЦНППМ

Муниципальное казённое учреждение
«Центр непрерывного повышения
профессионального мастерства
педагогических работников города Тулы»

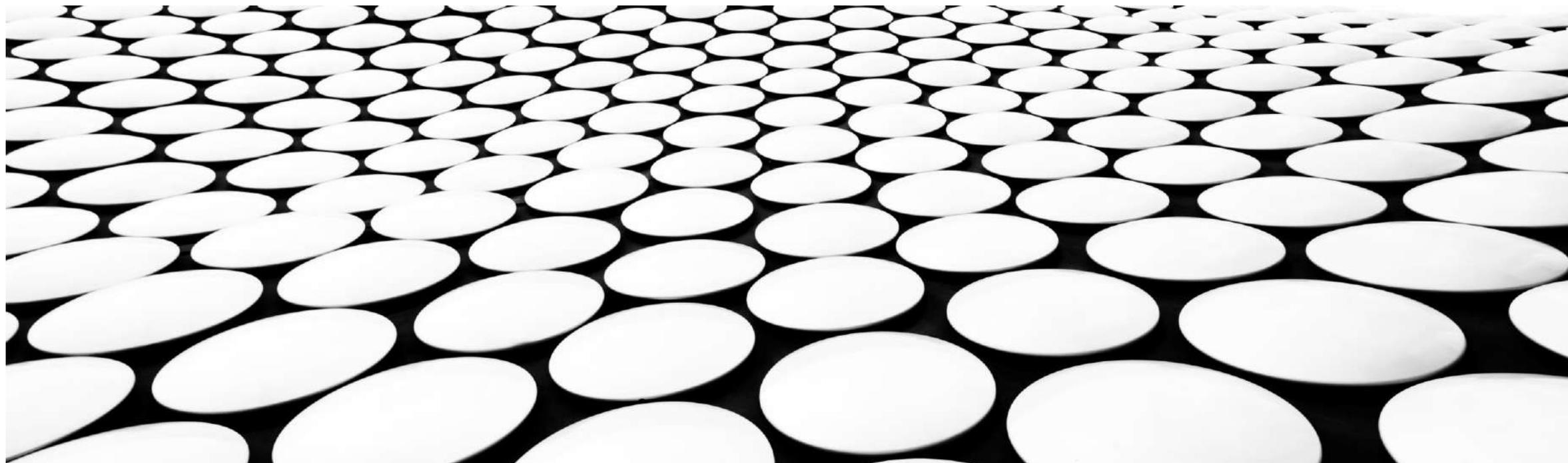


ЕДИННЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

№4, №5

КАЛЕГИН А.А.

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ МАОУ «ЛИЦЕЙ №1»



ЗАДАЧИ №4 ИЗ ЕГЭ 2025 ГОДА

Фабрика выпускает сумки. В среднем 15 сумок из 150 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Количество сумок без дефектов равно $150 - 15 = 135$. Нам подходит любая из этих 135 сумок, тогда вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов, равна

$$p = \frac{135}{150} = 0,9.$$



ЗАДАЧИ №4 ИЗ ЕГЭ 2025 ГОДА

Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 75 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 12 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

На третий день запланировано $\frac{75 - 12}{3} = 21$ выступление. Тогда вероятность того, что исполнитель из России в этот день выступит, равна

$$\frac{21}{75} = 0,28.$$



ЗАДАЧИ №4 ИЗ ЕГЭ 2025 ГОДА

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 8 спортсменов из Швеции, 12 из Норвегии, 7 из Аргентины и 5 из Австралии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает первым, окажется из Швеции.

Общее количество спортсменов, принимающих участие в соревнованиях, равно

$$8 + 12 + 7 + 5 = 32$$

Первым мог выступать только один из 32 спортсменов, и все спортсмены с одинаковыми вероятностями могли выступать первыми.

Тогда вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из Швеции, равна

$$\frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0,25$$



ЗАДАЧИ №4 ИЗ ЕГЭ 2025 ГОДА

Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Мотор» по очереди играет с командами «Статор», «Стартер» и «Ротор». Найдите вероятность того, что «Мотор» будет начинать с мячом только вторую игру.

По условию команда «Мотор» должна начинать первую игру без мяча, вторую игру — с мячом, а третью — вновь без мяча. Вероятность каждого из перечисленных событий равна 0,5.

Тогда искомая вероятность равна произведению вероятностей этих трех событий:

$$p = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$$



ЗАДАЧИ №5 ИЗ ЕГЭ 2025 ГОДА

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,6. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Найдём вероятность противоположного события, то есть того, что все лампы перегорят:

$$0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,216.$$

Тогда искомая вероятность равна:

$$p = 1 - 0,216 = 0,784.$$



ЗАДАЧИ №5 ИЗ ЕГЭ 2025 ГОДА

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первые три мишени и не попадёт в четвёртую.

Так как рассматриваемые события независимы, то вероятность их последовательного наступления равна произведению их вероятностей. Тогда искомая вероятность равна

$$p = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot (1 - 0,7) = 0,3 \cdot 0,7^3 = 0,1029.$$



ЗАДАЧИ №5 ИЗ ЕГЭ 2025 ГОДА

При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при выстреле равна 0,4. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,6?

Формулировки «вероятность уничтожения цели не менее 0,6» и «вероятность НЕ уничтожения цели не более 0,4» равносильны, поэтому для удобства будем отталкиваться от второй.

1. Один выстрел:

$$P(\text{цель не уничтожена}) = 0,6 > 0,4$$

2. Два выстрела:

$$P(\text{цель не уничтожена}) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36 < 0,4$$

Как видно, двух выстрелов достаточно.



ЗАДАЧИ №5 ИЗ ЕГЭ 2025 ГОДА

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Пусть событие A = кофе закончился в первом автомате, событие B = кофе закончился во втором автомате, событие AB = кофе закончился в двух автоматах.

По условию мы знаем вероятности этих событий $P(A) = P(B) = 0,1$, $P(AB) = 0,03$.

Найдем вероятность того, что кофе закончился хотя бы в одном автомате:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 2P(A) - P(AB) = 2 \cdot 0,1 - 0,03 = 0,17$$

Тогда искомая вероятность — это противоположная вероятность:

$$1 - P(A + B) = 1 - 0,17 = 0,83$$



ЗАДАЧИ №4 ИЗ СБОРНИКА ЯЩЕНКО 2026 ГОДА

В турнире по шашкам участвует 76 спортсменов, среди которых 13 шашкистов из России, в том числе Андрей Фомин. Для игры первого тура участников разбивают на игровые пары случайным образом. Найдите вероятность того, что в первом туре Андрей Фомин будет играть с каким-либо шашкистом из России.

Вероятность равна отношению числа благоприятных исходов к числу всех исходов.

Число всех исходов равно количеству шашкистов, не считая Андрея Фомина, то есть 75.

Благоприятные исходы — те, в которых Андрей Фомин будет играть с каким-либо шашкистом из России.

Соперником Андрея может оказаться любой из 75 остальных шашкистов, среди которых 12 из России.

Тогда вероятность того, что Андрей Фомин будет играть с шашкистом из России, равна отношению количества остальных шашкистов из России к количеству всех шашкистов, то есть

$$P = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16.$$



ЗАДАЧИ №4 ИЗ СБОРНИКА ЯЩЕНКО 2026 ГОДА

В фирме такси в наличии 25 легковых автомобилей: 11 чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Вероятность равна отношению числа благоприятных исходов к числу всех исходов.

Число всех исходов равно количеству такси в наличии, то есть 25.

Благоприятные исходы — те, в которых на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями. Их число равно количеству машин жёлтого цвета с чёрными надписями. Их в фирме:

$$25 - 11 = 14$$

Тогда вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями, равна отношению количества такси в фирме к количеству машин жёлтого цвета с чёрными надписями, то есть

$$P = \frac{14}{25} = \frac{56}{100} = 0,56.$$



ЗАДАЧИ №5 ИЗ СБОРНИКА ЯЩЕНКО 2026 ГОДА

В группе туристов 16 человек, в том числе три друга — Юра, Боря и Егор. Группу случайным образом разбивают на две равные подгруппы. Найдите вероятность того, что все три друга окажутся в одной группе.

Без ограничения общности можно считать, что Юру распределяют первым в какую-то подгруппу, затем Борю, а затем Егора. Тогда вероятность, что Юра попадет в одну из двух подгрупп равна 1. Тогда для Бори осталось 7 подходящих мест в той подгруппе, где уже находится Юра из 15, для Егора — 6 подходящих мест в той подгруппе, где уже находятся Юра и Боря из 14. Следовательно, вероятность того, что все три друга окажутся в одной подгруппе, равна:

$$p = 1 \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} = \frac{7 \cdot 6}{15 \cdot 14} = \frac{2}{10} = 0,2.$$



ЗАДАЧИ №5 ИЗ СБОРНИКА ЯЩЕНКО 2026 ГОДА

Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «выпадет разное количество очков» больше вероятности события «выпадет одинаковое количество очков»?

Событию «выпадет одинаковое количество очков» соответствуют 6 исходов:

$$(1; 1) \quad (2; 2) \quad (3; 3) \quad (4; 4) \quad (5; 5) \quad (6; 6)$$

Значит, вероятность такого события равна:

$$p_1 = \frac{6}{36}.$$

Событию «выпадет разное количество очков» соответствуют все оставшиеся $36 - 6 = 30$ исходов. Значит, вероятность такого события равна:

$$p_2 = \frac{30}{36}.$$

Тогда отношение этих вероятностей равно:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{30}{36}}{\frac{6}{36}} = \frac{30}{6} = 5.$$



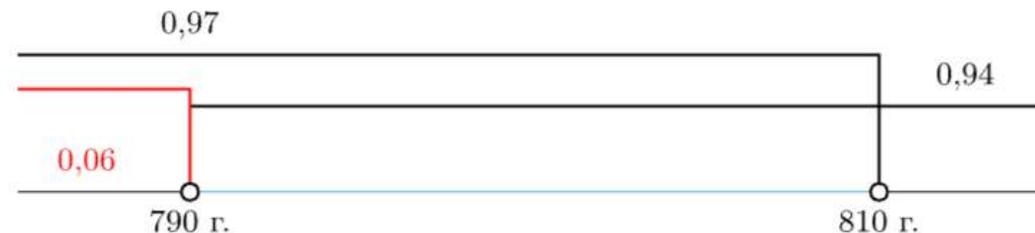
ЗАДАЧИ №5 ИЗ СБОРНИКА ЯЩЕНКО 2026 ГОДА

При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,94. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Заметим, что события «масса буханки больше 790 г» и «масса буханки не больше 790 г» являются противоположными, а значит сумма вероятностей этих событий равна 1. Так как вероятность того, что масса буханки больше 790 г, равна 0,94, то вероятность того, что масса буханки не больше 790 г, равна:

$$\begin{aligned} P(\leq 790) &= 1 - P(> 790) = \\ &= 1 - 0,94 = 0,06. \end{aligned}$$

Отметим известные вероятности на числовой прямой:



Заметим, что событие «масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г» можно представить как разность событий «масса буханки меньше 810 г» и «масса буханки меньше 790 г». Тогда вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г, равна:

$$0,97 - 0,06 = 0,91.$$



ЗАДАЧИ №5 ИЗ СБОРНИКА ЯЩЕНКО 2026 ГОДА

Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30% этих стёкол, вторая — 70%, причём брак стёкол, изготовленных фабриками, составляет на первой фабрике 5%, на второй — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Вероятность того, что случайно купленное стекло бракованное, причём произведено на первой фабрике, равна

$$p_1 = 0,3 \cdot 0,05 = 0,015.$$

Вероятность того, что случайно купленное стекло бракованное, причём произведено на второй фабрике, равна

$$p_2 = 0,7 \cdot 0,04 = 0,028.$$

Тогда вероятность того, что случайно купленное стекло бракованное, равна

$$p = p_1 + p_2 = 0,015 + 0,028 = 0,043.$$



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

